



作成者：吾妻広夫

練習問題
状態

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) \quad (1)$$

について、

$$S = |\langle AB\rangle + \langle A\bar{B}\rangle + \langle \bar{A}B\rangle - \langle \bar{A}\bar{B}\rangle| \quad (2)$$

を、以下の手順で求める。ただし、

$$A = Z, \quad B = \frac{1}{\sqrt{2}}(Z - X), \quad \bar{A} = X, \quad \bar{B} = \frac{1}{\sqrt{2}}(Z + X), \quad (3)$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

とする。

1. $A|0\rangle$ 、 $A|1\rangle$ 、 $\bar{A}|0\rangle$ 、 $\bar{A}|1\rangle$ 、 $B|0\rangle$ 、 $B|1\rangle$ 、 $\bar{B}|0\rangle$ 、 $\bar{B}|1\rangle$ を求めなさい。
2. $\langle AB\rangle$ を、次の手順で求めなさい。まず、以下のように式変形する。

$$\begin{aligned} \langle AB\rangle &= \langle \Psi^+ | AB | \Psi^+ \rangle \\ &= \frac{1}{2} (\langle 0| \langle 1| + \langle 1| \langle 0|) (A|0\rangle B|1\rangle + A|1\rangle B|0\rangle) \end{aligned} \quad (6)$$

上の問で、 $A|0\rangle$ 、 $B|1\rangle$ 、 $A|1\rangle$ 、 $B|0\rangle$ を既に求めているので、それらを式に代入すれば良い。

3. 上と同様にして、 $\langle A\bar{B}\rangle$ 、 $\langle \bar{A}B\rangle$ 、 $\langle \bar{A}\bar{B}\rangle$ を求めなさい。
4. S を求めなさい。これにより、量子論は、古典論が満たすべき不等式を破る場合があることを確認しなさい。