

練習問題

図1のように、station0に qubit A、station1に qubit A'、qubit B'、station2に qubit Bが置かれているとする。qubit Aと qubit A'、および、qubit Bと qubit B'は、それぞれベル状態 $|\Phi^+\rangle$ にあるとする。ただし、ベル状態は、以下で与えられるとする。

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle), \\
 |\Phi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle), \\
 |\Psi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle), \\
 |\Psi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)
 \end{aligned} \tag{1}$$

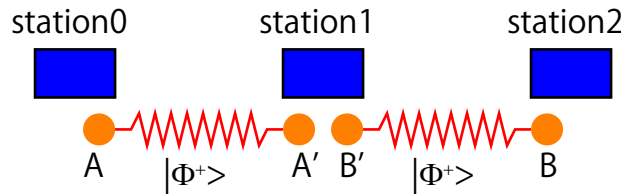


Figure 1: station0 と station1、および、station1 と station2 間の量子もつれ

1. 粒子 A、A'、B'、B 全体の状態が、以下のように書き下せることを示しなさい。

$$\begin{aligned}
 & |\Phi^+\rangle_{AA'} |\Phi^+\rangle_{B'B} \\
 &= \frac{1}{2} (|00\rangle_{AA'} |00\rangle_{B'B} + |00\rangle_{AA'} |11\rangle_{B'B} \\
 & \quad + |11\rangle_{AA'} |00\rangle_{B'B} + |11\rangle_{AA'} |11\rangle_{B'B}) \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [|0\rangle_A (|\Phi^+\rangle_{A'B'} + |\Phi^-\rangle_{A'B'}) |0\rangle_B + |0\rangle_A (|\Psi^+\rangle_{A'B'} + |\Psi^-\rangle_{A'B'}) |1\rangle_B \\
 & \quad + |1\rangle_A (|\Psi^+\rangle_{A'B'} - |\Psi^-\rangle_{A'B'}) |0\rangle_B + |1\rangle_A (|\Phi^+\rangle_{A'B'} - |\Phi^-\rangle_{A'B'}) |1\rangle_B] \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [|\Phi^+\rangle_{A'B'} (|0\rangle_A |0\rangle_B + |1\rangle_A |1\rangle_B) + |\Psi^+\rangle_{A'B'} (|0\rangle_A |1\rangle_B + |1\rangle_A |0\rangle_B) \\
 & \quad + |\Psi^-\rangle_{A'B'} (|0\rangle_A |1\rangle_B - |1\rangle_A |0\rangle_B) + |\Phi^-\rangle_{A'B'} (|0\rangle_A |0\rangle_B - |1\rangle_A |1\rangle_B)]
 \end{aligned} \tag{2}$$

2. station1 で、qubit A' および qubit B' に対して、 $\{|\Phi^+\rangle, |\Phi^-\rangle, |\Psi^+\rangle, |\Psi^-\rangle\}$ による測定を行った場合について考える。station1 で $|\Phi^+\rangle$ が観測された場合、qubit A および qubit B は、どのような状態になるか答えなさい。同様に、station1 で $|\Phi^-\rangle$ 、 $|\Psi^+\rangle$ 、 $|\Psi^-\rangle$ が観測された場合、qubit A および qubit B は、どのような状態になるか答えなさい。
3. station1 での観測後、観測結果は station0、station2 に伝えられるとする。qubit A および qubit B の状態を $|\Phi^+\rangle$ にするには、station0、station2 でどのような操作が必要になるか答えなさい。