

練習問題 2

練習問題 1 の続きを考える。量子テレポテーションにおいて、Alice は、次の任意の 1-qubit 状態を持っているとする。

$$|\psi\rangle_{A_1} = \alpha|0\rangle_{A_1} + \beta|1\rangle_{A_1} \quad (1)$$

また、同時に、Alice と Bob は以下のベル状態を共有しているとする。

$$|\Phi^+\rangle_{A_2B} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_{A_2}|0\rangle_B + |1\rangle_{A_2}|1\rangle_B) \quad (2)$$

Alice と Bob は距離的に離れた位置にいるとする。

1. Alice が $\{|\Phi^+\rangle, |\Phi^-\rangle, |\Psi^+\rangle, |\Psi^-\rangle\}$ のうちのどれを観測したかを、Bob に古典通信回線で伝えるとする。ここでいう古典通信回線とは、通常の無線通信や手紙の郵送等に対応する。Alice は何 bit の情報を Bob に伝えることになるか答えなさい。
2. Alice が $|\Phi^+\rangle$ を得たとき、Bob は自分の持っている qubit B の状態を $|\psi\rangle$ にするために、どのようなユニタリ演算子を作用させなくてはならないか答えなさい。同様に、Alice が $|\Phi^-\rangle$ 、 $|\Psi^+\rangle$ 、 $|\Psi^-\rangle$ を得たとき、Bob はどのような演算子を選択すべきか答えなさい。ただし、

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

とする。

3. Alice と Bob が量子テレポテーションの Protokol を実行した際、Alice、Bob は状態 $|\psi\rangle$ についての情報を得る機会はあるか、もしくは、ないかについて答えなさい。もう少し具体的に述べると、量子テレポテーションの Protokol を実行した結果、Alice と Bob が状態 $|\psi\rangle$ の係数 α 、 β についての情報を得る機会があるか、もしくは、ないかについて答えなさい。