

練習問題 3

qubit 1 と qubit 2 の二つの量子ビットから成るベル基底状態を考える。

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|0\rangle_2 + |1\rangle_1|1\rangle_2), \\
 |\Phi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|0\rangle_2 - |1\rangle_1|1\rangle_2), \\
 |\Psi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|1\rangle_2 + |1\rangle_1|0\rangle_2), \\
 |\Psi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|1\rangle_2 - |1\rangle_1|0\rangle_2)
 \end{aligned} \tag{1}$$

これら四つの状態を識別する量子回路として図 1 を考える。ただし、図 1 の CNOT ゲートの動作は以下のとおりとする。

$$|i\rangle_1|j\rangle_2 \xrightarrow{\text{CNOT}} |i\rangle_1|j \oplus i\rangle_2 \quad \text{for } i, j \in \{0, 1\} \tag{2}$$

また、Hadamard 変換 H は次のように動作するとする。

$$H|0\rangle = |+\rangle, \quad H|1\rangle = |-\rangle \tag{3}$$

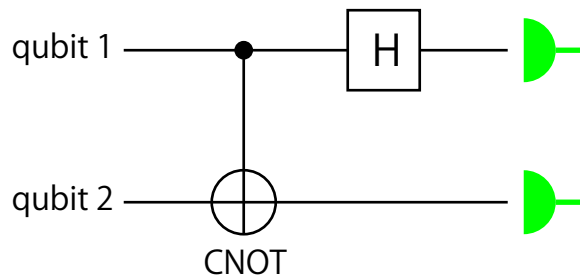


Figure 1: ベル基底状態を識別する量子回路

図 1 の量子回路の働きを調べるために、量子回路の左側からベル状態 $|\Phi^+\rangle$ を入力し、右側からどのような状態が出力されるか計算してみる。

$$\begin{aligned}
 |\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|0\rangle_2 + |1\rangle_1|1\rangle_2) \\
 &\xrightarrow{\text{CNOT}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_1|0\rangle_2 + |1\rangle_1|0\rangle_2) \\
 &= |+\rangle_1|0\rangle_2 \\
 &\xrightarrow{H} |0\rangle_1|0\rangle_2
 \end{aligned} \tag{4}$$

よって、量子回路の左側では qubit 1、qubit 2、共に、 $|0\rangle$ が観測される。

量子回路の左側からベル状態 $|\Phi^-\rangle$ 、 $|\Psi^+\rangle$ 、 $|\Psi^-\rangle$ を入力した場合、右側からどのような状態が出力されるか答えなさい。

図 1 の量子回路は CNOT ゲートを含んでいる。本問の結果から分かるように、CNOT ゲートの働きにより、ベル基底状態にある qubit 1、qubit 2 間の量子もつれが解消されている。このように、CNOT ゲートは、二つの量子ビット間の量子もつれ合いの操作を可能とする。この点に注意すること。