



作成者：吾妻広夫

解答

1.

$$\begin{aligned}\text{Prob}\{+1\} &= |\langle\psi|0\rangle|^2 \\ &= |\alpha|^2,\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}\text{Prob}\{-1\} &= |\langle\psi|1\rangle|^2 \\ &= |\beta|^2\end{aligned}\tag{2}$$

2.

$$\begin{aligned}\text{Prob}\{+1\} &= |\langle\psi|+\rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2}|\langle\psi|(|0\rangle + |1\rangle)|^2 \\ &= \frac{1}{2}|\alpha + \beta|^2,\end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}\text{Prob}\{-1\} &= |\langle\psi|-\rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2}|\langle\psi|(|0\rangle - |1\rangle)|^2 \\ &= \frac{1}{2}|\alpha - \beta|^2\end{aligned}\tag{4}$$

3. $|\psi'\rangle$ を以下のように書き下しておく。

$$\begin{aligned}|\psi'\rangle &= H|\psi\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \alpha + \beta \\ \alpha - \beta \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{5}$$

$\text{Prob}\{+1\}$ 、 $\text{Prob}\{-1\}$ は以下で与えられる。

$$\begin{aligned}\text{Prob}\{+1\} &= |\langle\psi'|0\rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2}|\alpha + \beta|^2,\end{aligned}\tag{6}$$

$$\begin{aligned}\text{Prob}\{-1\} &= |\langle\psi'|1\rangle|^2 \\ &= \frac{1}{2}|\alpha - \beta|^2\end{aligned}\tag{7}$$

4. $|\psi'\rangle$ を観測して $|0\rangle$ を得る確率は、次のように書ける。

$$\begin{aligned} |\langle\psi'|0\rangle|^2 &= |\langle\psi|H|0\rangle|^2 \\ &= |\langle\psi|+\rangle|^2 \end{aligned} \tag{8}$$

ただし、上式の導出で、 $|+\rangle = H|0\rangle$ という事実を使った。これは、 $|\psi\rangle$ を観測して $|+\rangle$ を得る確率である。

同様にして、 $|\psi'\rangle$ を観測して $|1\rangle$ を得る確率は、次のように書ける。

$$\begin{aligned} |\langle\psi'|1\rangle|^2 &= |\langle\psi|H|1\rangle|^2 \\ &= |\langle\psi|-\rangle|^2 \end{aligned} \tag{9}$$

ただし、上式の導出で、 $|-\rangle = H|1\rangle$ という事実を使った。これは、 $|\psi\rangle$ を観測して $|-\rangle$ を得る確率である。