練習問題 1

作成者：吾妻広夫

1. 2-qubit ベル状態を以下で定義する。

$$\begin{aligned}|\Phi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle),\\ |\Phi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle - |1\rangle|1\rangle),\\ |\Psi^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle),\\ |\Psi^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle) \qquad (1)\end{aligned}$$

このとき、$\{|\Phi^+\rangle, |\Phi^-\rangle, |\Psi^+\rangle, |\Psi^-\rangle\}$ が 4 次元の正規直交基底を成すこと、すなわち、これら四つの状態ベクトルについて、それぞれのノルムが 1 であり、異なる状態ベクトル同士の内積はゼロとなることを示しなさい。ただし、$\langle 0|0\rangle = 1$、$\langle 1|1\rangle = 1$、$\langle 0|1\rangle = 0$ とする。

2. 任意の 2-qubit 状態が、以下で与えられているとする。

$$|\psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle \qquad (2)$$

このとき、以下が成立することを示しなさい。

$$|\psi\rangle = \frac{\alpha+\delta}{\sqrt{2}}|\Phi^+\rangle + \frac{\alpha-\delta}{\sqrt{2}}|\Phi^-\rangle + \frac{\beta+\gamma}{\sqrt{2}}|\Psi^+\rangle + \frac{\beta-\gamma}{\sqrt{2}}|\Psi^-\rangle \qquad (3)$$