



作成者：吾妻広夫

練習問題

パウリ X 基底ベクトルを次で与える。

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

パウリ Y 基底ベクトルを次で与える。

$$|i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad |-i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad (2)$$

パウリ Z 基底ベクトルを次で与える。

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

また、今、1-qubit の量子状態が以下で与えられているとする。

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (4)$$

1. 密度行列 $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ 、および、射影演算子 $\Pi_+^Z = |0\rangle\langle 0|$ 、 $\Pi_-^Z = |1\rangle\langle 1|$ を考える。 $\text{Tr}\{\Pi_+^Z\rho\}$ 、 $\text{Tr}\{\Pi_-^Z\rho\}$ を求めなさい。
2. 射影演算子 $\Pi_+^X = |+\rangle\langle +|$ 、 $\Pi_-^X = |-\rangle\langle -|$ を考える。 $\text{Tr}\{\Pi_+^X\rho\}$ 、 $\text{Tr}\{\Pi_-^X\rho\}$ を求めなさい。
3. 射影演算子 $\Pi_+^Y = |i\rangle\langle i|$ 、 $\Pi_-^Y = |-i\rangle\langle -i|$ を考える。 $\text{Tr}\{\Pi_+^Y\rho\}$ 、 $\text{Tr}\{\Pi_-^Y\rho\}$ を求めなさい。
4. 任意の 1-qubit 状態 $|\psi\rangle$ 、 $|\phi\rangle$ を考える。密度行列 $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ 、および、射影演算子 $\Pi = |\phi\rangle\langle\phi|$ を定義する。このとき、 $\text{Tr}\{\Pi\rho\}$ はどのような意味を持つ物理量か答えなさい。