作成者：吾妻広夫

解答

以下の変数を導入する。

$$a_1 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t, \quad a_2 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t \tag{1}$$

$$b_1 = \frac{k_1 + k_2}{2}x, \quad b_2 = \frac{k_1 - k_2}{2}x \tag{2}$$

以下のように式変形する。

$$\begin{aligned}
E &= E_1 + E_2 \\
&= E_0 \sin(\omega_1 t - k_1 x) + E_0 \sin(\omega_2 t - k_2 x) \\
&= E_0 \Big[\sin \omega_1 \cos k_1 x - \cos \omega_1 \sin k_1 x + \sin \omega_2 \cos k_2 x - \cos \omega_2 \sin k_2 x \Big] \\
&= E_0 \Big[\sin(a_1 + a_2) \cos(b_1 + b_2) - \cos(a_1 + a_2) \sin(b_1 + b_2) \\
&\quad + \sin(a_1 - a_2) \cos(b_1 - b_2) - \cos(a_1 - a_2) \sin(b_1 - b_2) \Big] \\
&= E_0 \Big[(\sin a_1 \cos a_2 + \cos a_1 \sin a_2)(\cos b_1 \cos b_2 - \sin b_1 \sin b_2) \\
&\quad - (\cos a_1 \cos a_2 - \sin a_1 \sin a_2)(\sin b_1 \cos b_2 + \cos b_1 \sin b_2) \\
&\quad + (\sin a_1 \cos a_2 - \cos a_1 \sin a_2)(\cos b_1 \cos b_2 + \sin b_1 \sin b_2) \\
&\quad - (\cos a_1 \cos a_2 + \sin a_1 \sin a_2)(\sin b_1 \cos b_2 - \cos b_1 \sin b_2) \Big] \\
&= 2E_0 \Big[\sin a_1 \cos a_2 \cos b_1 \cos b_2 - \cos a_1 \sin a_2 \sin b_1 \sin b_2 \\
&\quad - \cos a_1 \cos a_2 \sin b_1 \cos b_2 + \sin a_1 \sin a_2 \cos b_1 \sin b_2 \Big] \\
&= 2E_0 \Big[\sin a_1 \cos b_1 \cos a_2 \cos b_2 - \cos a_1 \sin b_1 \sin a_2 \sin b_2 \\
&\quad - \cos a_1 \sin b_1 \cos a_2 \cos b_2 + \sin a_1 \cos b_1 \sin a_2 \sin b_2 \Big] \\
&= 2E_0 (\sin a_1 \cos b_1 - \cos a_1 \sin b_1)(\cos a_2 \cos b_2 + \sin a_2 \sin b_2) \\
&= 2E_0 \sin(a_1 - b_1) \cos(a_2 - b_2)
\end{aligned} \tag{3}$$

これで示せたことになる。